



CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

THE EDINBURGH BUILDING, SHAFTESBURY ROAD,

CAMBRIDGE CB2 2RU

Telephone (0223) 312393

With the compliments of Cambridge University Press

This review appeared in

..... Société Mathématique de Belgique of 1981

J. HOFBAUER and K. SIGMUND. *The Theory of Evolution and Dynamical Systems. Mathematical Aspects of Selection*. London Mathematical Society Student Text n° 7. Cambridge University Press, Cambridge (1988). XVIII + 341 pages. Broché, £11.95. Relié, £35.00.

Comme l'indique son titre, il s'agit d'un ouvrage de biomathématique qui se veut à la fois une introduction à la théorie des systèmes dynamiques et une revue des développements récents dans quatre branches de la théorie de l'évolution, à savoir la génétique des populations, l'écologie mathématique, l'évolution prébiotique des macromolécules et la modélisation par la théorie des jeux du comportement animal.

Le lecteur de cet ouvrage, s'il est mathématicien, aura l'occasion de parfaire ses connaissances en biologie et en modélisation, mais aussi en théorie des équations différentielles, puisqu'il y trouvera le développement de concepts récents comme ceux de permanence et de persistance, qui traduisent des comportements asymptotiques des solutions d'équations différentielles autonomes directement inspirés par la dynamique des populations. Il apprendra aussi un peu de théorie de jeux et verra comment appliquer les intégrales elliptiques à la bataille des sexes !

La première partie de l'ouvrage constitue une introduction aux modèles discrets en génétique des populations. Il expose la loi de Hardy-Weinberg et le théorème fondamental de la sélection naturelle dans le langage des systèmes dynamiques discrets. La deuxième partie traite de l'écologie des populations en termes d'équations différentielles, et l'on y trouve bien entendu une étude de l'équation logistique (due, rappelons-le, au belge Verhulst) et au système de Lotka-Volterra régissant l'évolution d'un système proie-prédateur. C'est l'occasion d'introduire les notions d'ensembles limites et de fonctions de Lyapounov et le théorème de linéarisation de Hartman-Grobman. La troisième partie commence par un rappel des notions fondamentales de biologie moléculaire. On y étudie ensuite les processus de branchement et les probabilités d'extinction, avant d'aborder la croissance catalytique des molécules auto-reproduisantes. Le modèle mathématique correspondant est régi par un système d'équations différentielles autonomes dont il faut étudier la permanence des solutions, notion largement étudiée dans la cinquième partie de l'ouvrage, après un chapitre consacré à une introduction à la dynamique des jeux. La théorie de la sélection est étudiée, à l'aide d'outils mathématiques plus sophistiqués, dans la sixième partie de l'ouvrage qui étudie des modèles de sélection-mutation et de fertilité-mortalité. La septième partie du livre, qui s'intitule : sur le sexe et les jeux, évolution stratégique et génétique, n'est pas une initiation aux techniques de l'amour physique mais à l'utilisation de techniques sophistiquées de la théorie des jeux et de l'économie mathématique, comme les paires de Pareto-Nash, dans la dynamique des populations mendéliennes. Ce chapitre fait également appel à des notions raffinées de la théorie des équations différentielles comme l'application de Poincaré, la bifurcation des orbites hétéroclines, la méthode du centrage et les intégrales elliptiques.

En résumé, on se trouve en présence d'un ouvrage stimulant qui intéressera certainement les mathématiciens attirés par les applications de leur art à la biologie, mais ne séduira que les biologistes possédant une forte motivation pour la biomathématique et une formation suffisante en mathématiques.

J. MAWHIN.