Universität Wien
Dietrich Burde

Lie Algebren und Darstellunstheorie
— Aufgaben —

Blatt 2 SS 2008

---

1. Das Tensorprodukt. Sei $\mathfrak{g}$ eine Lie Algebra und $V_1, \dots, V_n$ Moduln von $\mathfrak{g}$. Zeige, daß das Tensorprodukt $E = V_1 \otimes \cdots \otimes V_n$ durch die Vorschrift

$$x.(v_1 \otimes \cdots \otimes v_n) := (x.v_1 \otimes \cdots \otimes v_n) + (v_1 \otimes x.v_2 \otimes \cdots \otimes v_n) + \cdots (v_1 \otimes \cdots \otimes x.v_n)$$

zu einem $\mathfrak{g}$–Modul wird.

(5 Punkte)

2. Matrixmultiplikation. Sei $\mathfrak{g}$ die Lie Algebra $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$. Der Vektorraum $\mathbb{R}^2$ wird durch $A.v := Av$ zu einem $\mathfrak{g}$-Modul, $A \in \mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$ und $v \in \mathbb{R}^2$. Zeige, daß $\mathbb{R}^2$ ein einfacher $\mathfrak{g}$-Modul ist.

(5 Punkte)

3. Clebsch-Gordon Zerlegung. Zeige, daß der $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$–Modul $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ die direkte Summe zweier einfacher $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$-Moduln ist, und bestimme diese.

(5 Punkte)

4. Unendlich-dimensionale Darstellungen. Man finde interessante Beispiele unendlich-dimensionaler $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$-Moduln über $\mathbb{C}$, falls es welche gibt.

(5 Punkte)
