

Masterstudium Mathematik  
Universität Wien

– Vorlesungsskript –

# Algebraische Zahlentheorie

Dietrich Burde

2012



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Ganze Ringerweiterungen</b>	<b>9</b>
2.1	Globale Körper und Ganzheit . . . . .	9
2.2	Ganzheitsringe . . . . .	15
2.3	Krulldimension . . . . .	18
2.4	Norm und Spur . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Ideale von Dedekindringen</b>	<b>31</b>
3.1	Gebrochene Ideale . . . . .	31
3.2	Eindeutige Faktorisierung von Idealen . . . . .	33
3.3	Idealnorm . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Endlichkeit der Klassenzahl</b>	<b>43</b>
4.1	Minkowski-Theorie . . . . .	43
4.2	Ganzzahlringe als Gitter . . . . .	49
4.3	Klassenzahl 1 . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Dirichlets Einheitensatz</b>	<b>65</b>
5.1	Die Einheitengruppe . . . . .	65
5.2	Analytische Klassenzahlformel . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Zerlegung und Verzweigung</b>	<b>75</b>
6.1	Lokalisierung . . . . .	76
6.2	Gradformel . . . . .	77
6.3	Zerlegung in Galoiserweiterungen . . . . .	83
6.4	Verzweigung und Diskriminante . . . . .	88

<b>7</b>	<b>Kreisteilungskörper</b>	<b>91</b>
7.1	Einheitswurzeln . . . . .	91
7.2	Der Ganzzahlring . . . . .	93
7.3	Fermatsche Gleichung . . . . .	97
<b>8</b>	<b>Bewertungen und lokale Körper</b>	<b>103</b>
8.1	Bewertungen . . . . .	103
8.2	Der Satz von Ostrowski . . . . .	107
8.3	Diskrete Bewertungen . . . . .	109
8.4	Vervollständigungen . . . . .	111
8.5	Lokale Körper . . . . .	115
<b>9</b>	<b>Der Satz von Kronecker-Weber</b>	<b>123</b>
9.1	Vorbereitungen . . . . .	123
9.2	Reduktion auf die lokale Version . . . . .	126
9.3	Beweis der lokalen Version . . . . .	127